

Točke, pravci i ravnine u prostoru – priprema nastavnih sati

Broj sati: 3

Literatura: B. Antunovic Piton, A. Bogner Boroš, L. Havranek Bijuković, P. Brkić, M. Karlo, M. Kuliš, T. Rodiger, K. Vučić: Matematika 8, 2. dio, Školska knjiga, Zagreb, 2021.

Odgojno – obrazovni ishod

C.8.1. Skicira prikaz uspravnoga geometrijskog tijela u ravnini.

Međupredmetne teme

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

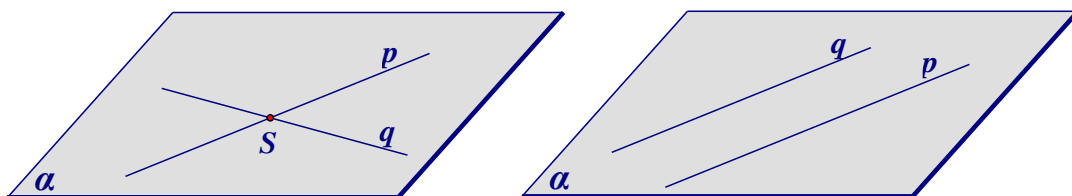
ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

Međusobni položaj dvaju pravaca u prostoru

Aktivnost 1 – Položaj pravaca u ravnini

Učenici u razgovoru s učiteljem ponavljaju u kakvom međusobnom položaju u ravnini mogu biti pravci p i q . Dva se pravca mogu podudarati ili biti različiti. Ako su različiti, mogu biti u sljedećim položajima:

- pravci se sijeku
- pravci su usporedni



Aktivnost 2 – Položaj pravaca u prostoru

Ravnina je dio prostora, pa su navedeni položaji dvaju pravaca mogući i u prostoru. Koristeći se dvama drvenim štapićima ili dvjema olovkama kao modelima pravaca učenici pokazuju

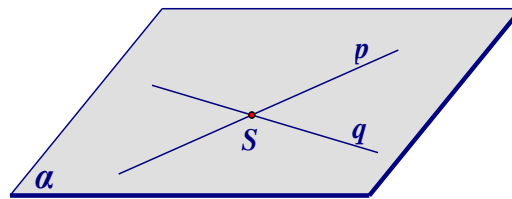
navedene položaje. U razgovoru s učenicima prijeko je potrebno naglasiti da su pravci u prostoru usporedni ako pripadaju istoj ravnini i nemaju zajedničkih točaka. Učitelj pita učenike je li moguće postaviti modele pravaca tako da se ne sijeku i da nisu usporedni. Zajednički zaključuju da je u prostoru moguće da se dva pravca ne sijeku i da nisu usporedni. Drugim riječima, u prostoru je moguće da dva pravca ne pripadaju istoj ravnini.

Za pravce koji ne pripadaju istoj ravnini kažemo da su **mimoilazni** ili **mimosmjerni**.

Primjeri koji će dobro ilustrirati navedene položaje pravaca u prostoru jesu rubovi učionice.

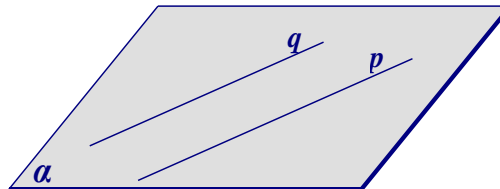
Konačno, zaključujemo: dva se pravca u prostoru mogu podudarati ili biti različiti. Ako su različiti, tada mogu biti u sljedećim međusobnim položajima:

- *pravci se sijeku*



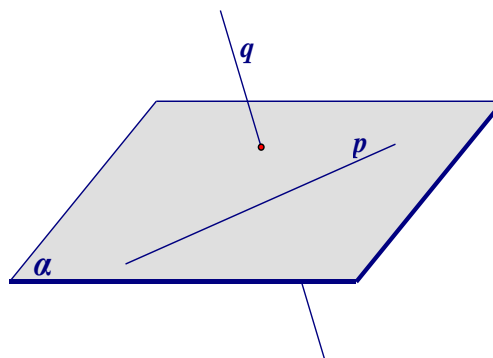
$$p \cap q = S$$

- *pravci su usporedni*



$$p \parallel q$$

- *pravci su mimoilazni*



Aktivnost 3 – Položaj pravaca u prostoru – zadaci na modelu kvadra

Na ppt prezentaciji (priložena ppt datoteka *polozaj_dvaju_pravaca_u_prostoru*) učenici uočavaju na modelu kvadra međusobne položaje dvaju pravaca u prostoru.

Aktivnost 4 – Povežite i primijenite

Učenici u paru rješavaju zadatak. Učitelj pomaže, usmjerava i provjerava točnost.

Zadatak:

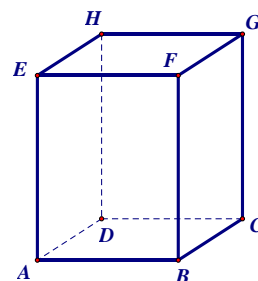
Ivan je odlučio u prostoru učionice pokazati model kvadra. Odabrao je jedan kut učionice za kvadar duljine 1.5 m i širine 1.5 m i visine 3.5 m kao što je visina učionice. Skicirajte model Ivanovog kvadra ABCDEFGH u bilježnicu.

- Istaknite pravce kojima pripadaju plošne dijagonale kvadra.
- U kakvom su međusobnom položaju pravci kojima pripadaju te plošne dijagonale?
- Određuju li neki parovi pravaca ravninu?

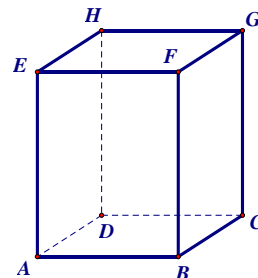
Aktivnost 5 – Nastavni listić 1

Učenici samostalno rješavaju nastavni listić koji kasnije usmeno provjeravaju.

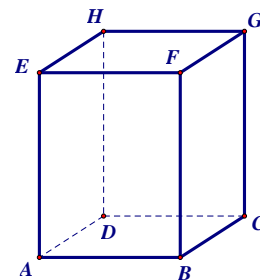
- Istaknite tri pravca određena vrhovima kvadra koji prolaze točkom B. Koliko je ukupno takvih pravaca?



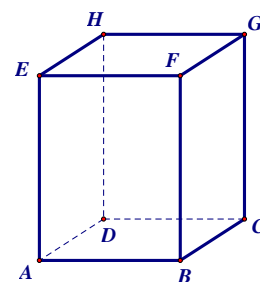
- Pripadaju li pravci BF i DH istoj ravnini?



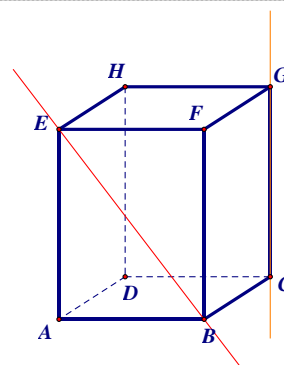
3. Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji je usporedan s pravcem DE.



4. Istaknite i ispišite ravninu određenu vrhovima kvadra kojoj pripadaju pravci BC i BH.



5. U kojem su međusobnom položaju pravci BE i GC sa slike?



Domaća zadaća

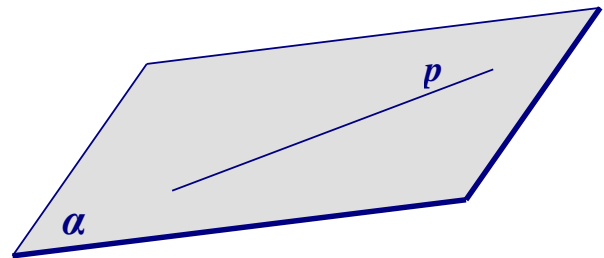
- Zadatci za vježbu: 130., 133., 134., 135.

Međusobni položaj pravca i ravnine u prostoru

Aktivnost 1. Položaj pravca i ravnine u prostoru

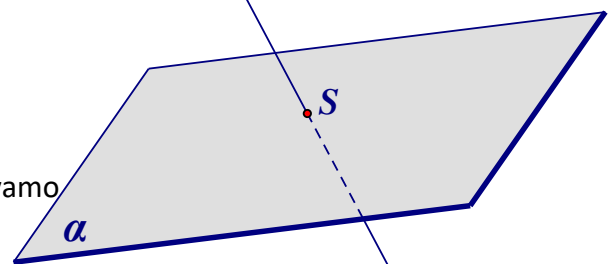
Učenici koriste štapić i papir kao modele pravca i ravnine. Istražuju moguće položaje pravca i ravnine u prostoru koristeći navedene modele. U razgovoru, učenici s učiteljem zaključuju da se pravac i ravnina mogu naći u sljedećim položajima:

- *pravac pripada ravnini*
Svaka točka pravca pripada toj ravnini.



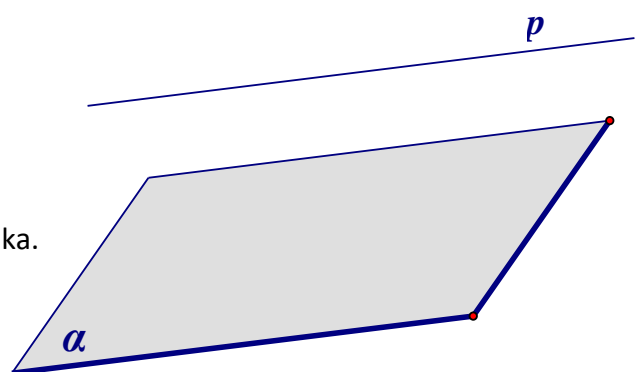
$$p \subseteq \alpha$$

- *pravac probada (siječe) ravninu*
Pravac i ravnina imaju točno jednu zajedničku točku. Tu zajedničku točku nazivamo **probodištem**.



$$p \cap \alpha = S$$

- *pravac je usporedan s ravninom*
Pravac i ravnina nemaju zajedničkih točaka.



$$p \parallel \alpha$$

Aktivnost 2 – Položaj pravca i ravnine u prostoru – zadaci na modelu kvadra

Na ppt prezentaciji (priložena ppt datoteka položaj_pravca i ravnine u prostoru) učenici na modelu kvadra uočavaju međusobne položaje pravca i ravnine u prostoru.

Aktivnost 3 – Povežite i primijenite

Učenici u paru rješavaju sljedeći zadatak. Učitelj pomaže, usmjerava i provjerava točnost rješenja.

Zadatak:

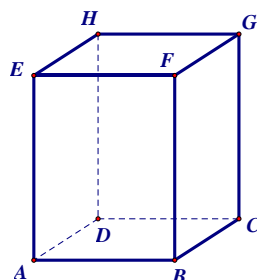
Nacrtajte kvadar ABCDEFGH i odgovorite:

- U kakvom su međusobnom položaju pravac BH i ravnina ABC?
- Imaju li pravac EC i ravnina ABD zajedničkih točaka?
- Navedite neki pravac koji je usporedan s ravninom DCG.

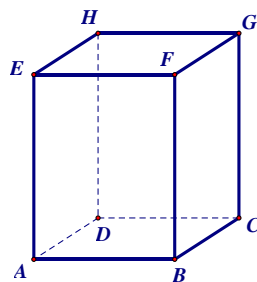
Aktivnost 4 – Nastavni listić 2

Učenici samostalno rješavaju nastavni listić koji kasnije usmeno provjeravaju.

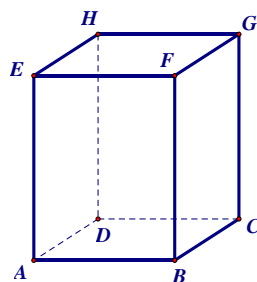
- Istaknite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su usporedni s ravninom ADE.
Koliko je ukupno takvih pravaca?



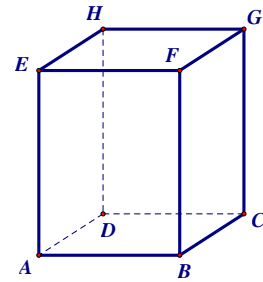
- Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji pripada ravnini ABC, a usporedan s ravninom BCH.



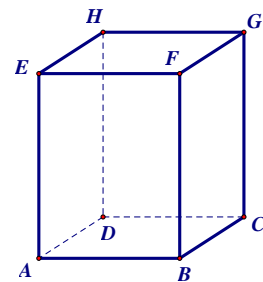
- Koliko je ukupno pravaca određenih vrhovima kvadra koji probadaju ravninu DBF u točki D?



4. Ispišite ravnine određene vrhovima kvadra kojima pripada pravac FG



5. Navedite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su okomiti na ravninu DCG, a pripadaju ravnini ADE?



Domaća zadaća

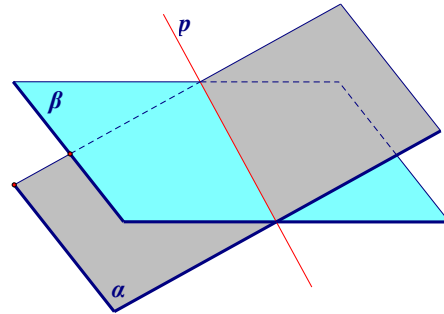
Zadatci za vježbu: 150., 159., 166.

Međusobni položaj dviju ravnina

Aktivnost 1. Položaj ravnina u prostoru

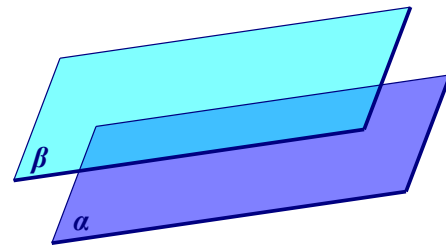
Učenici istražuju moguće položaje dviju ravnina u prostoru koristeći se dvama papirima kao modelima dviju ravnina. U razgovoru s učiteljem zaključuju da se dvije ravnine mogu ili podudarati ili biti različite. Ako su različite, mogu biti u sljedećim međusobnim položajima:

- *ravnine se sijeku*
Ravnine imaju zajednički pravac koji nazivamo **presječnicom**.



$$\alpha \cap \beta = p$$

- *ravnine su usporedne*
Ravnine nemaju zajedničkih točaka.



$$\alpha \parallel \beta$$

Aktivnost 2 – Položaj ravnina u prostoru – zadaci na modelu kvadra

Na ppt prezentaciji (priložena ppt datoteka položaj_dviju_ravnina_u_prostoru) učenici na modelu kvadra uočavaju međusobne položaje dviju ravnina u prostoru.

Aktivnost 3. – Okomitost dviju ravnina

Za ilustraciju pojma okomitosti dviju ravnina učenici navode predmete i objekte iz svoje okoline (primjerice strop i zidove učionice, školsku ploču i zidne police). Na prezentaciji su primjeri okomitih ravnina na modelu kvadra.

Aktivnost 4 – Međusobno okomite ravnine u prostoru – zadaci na modelu kvadra

Učenici zajedno s učiteljem rješavaju sljedeći zadatak.

Zadatak:

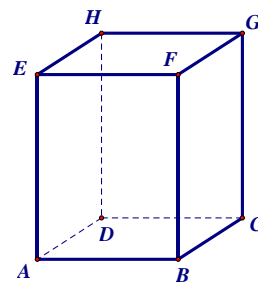
Nacrtajte kvadar ABCDEFGH i proučite koje su ravnine međusobno okomite.:

- a) ADE i CGH
- b) FGH i CGH
- c) GHA i FED.

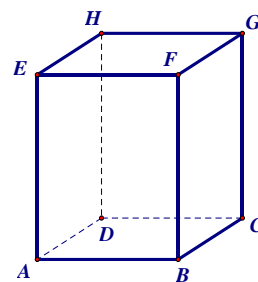
Aktivnost 5 – Nastavni listić 3

Učenici samostalno rješavaju nastavni listić kojeg kasnije usmeno provjeravaju.

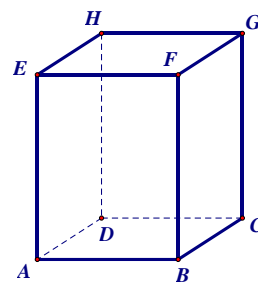
1. Istaknite ravninu određenu vrhovima kvadra usporednu s ravninom ADH.



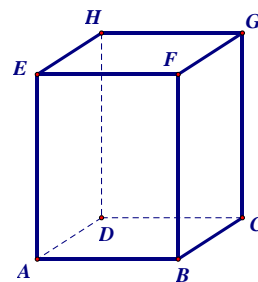
2. Ispišite parove ravnina određenih vrhovima kvadra kojima je presječnica pravac AB.



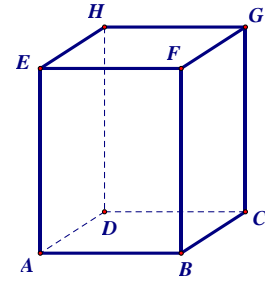
3. Ravnina BCH siječe ravninu ABF po pravcu BE. Obrazložite zašto.



4. Ispišite pravac koji je usporedan s presječnicom ravnina EFG i ACG?



5. Koliko je ravnina određenih vrhovima kvadra okomitih na ravninu DCG? Ispišite ih.



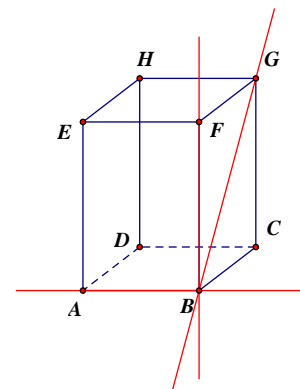
Domaća zadaća

Zadatci za vježbu: 144., 146., 147.

Rješenje nastavnog listića 1

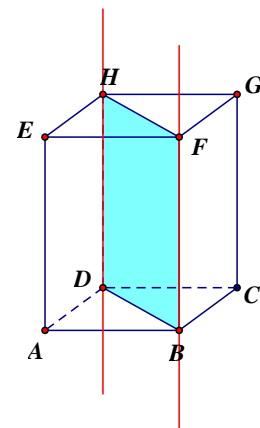
1. Istaknite tri pravca određena vrhovima kvadra koji prolaze točkom B. Koliko je ukupno takvih pravaca?

Ukupno je 7 pravaca koji su određeni vrhovima kvadra i sadrže vrh B. To su pravci BA, BC, BD, BF, BG, BH i BE. Svako rješenje koje sadrži tri od navedenih sedam pravaca je točno.

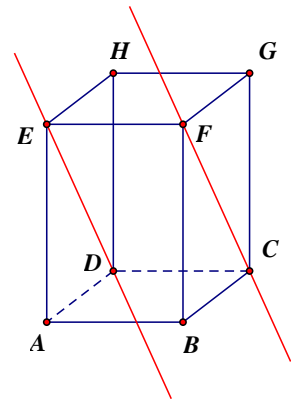


2. Pripadaju li pravci BF i DH istoj ravnini?

Pravci BF i DH pripadaju istoj ravnini. To je ravnina BFH.

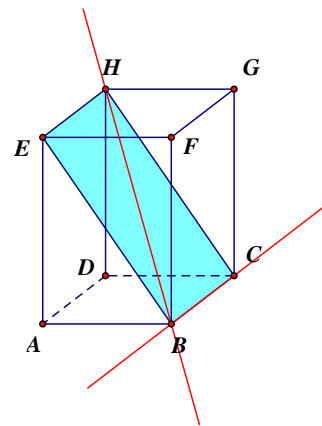


3. Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji je usporedan s pravcem DE.



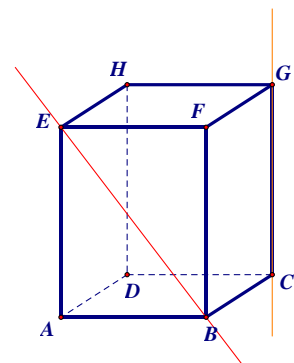
4. Istaknite i ispišite ravninu određenu vrhovima kvadra kojoj pripadaju pravci BC i BH.

Pravci BC i BH određuju ravninu BCH.



5. U kojem su međusobnom položaju pravci BE i GC sa slike?

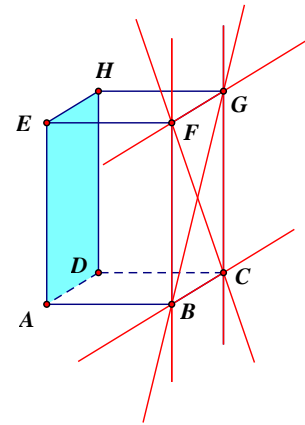
Pravci BE i GC su mimoilazni.



Rješenje nastavnog listića 2

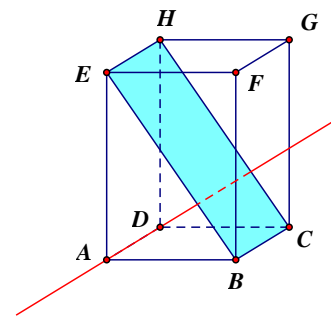
1. Istaknite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su usporedni s ravninom ADE. Koliko je ukupno takvih pravaca?

Šest je pravaca određenih vrhovima kvadra usporednih s ravninom ADE. To su pravci: BC, CG, GF, BF, EG i CF.



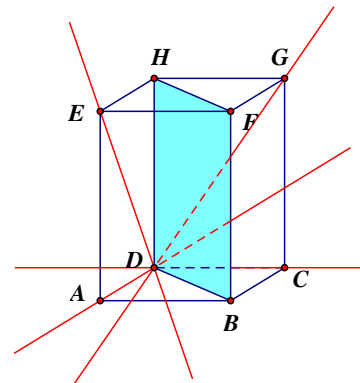
2. Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji pripada ravnini ABC, a usporedan je s ravninom BCH.

Pravac koji pripada ravnini ABC, a usporedan je s ravninom BCH je BD.



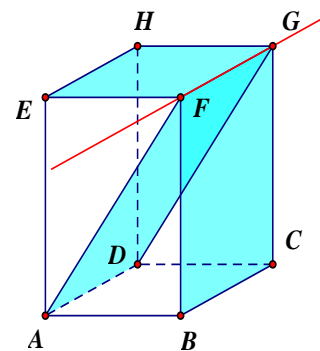
3. Koliko je ukupno pravaca određenih vrhovima kvadra koji probadaju ravninu DBF u točki D?

Četiri su pravaca određena vrhovima kvadra koji probadaju ravninu DBF u točki D. To su pravci: AD, CD, GD i ED.



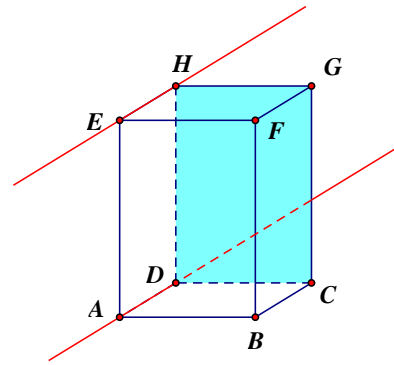
4. Ispišite ravnine određene vrhovima kvadra kojima pripada pravac FG.

Pravac FG pripada ravninama FGH, FGD, FGC.



5. Navedite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su okomiti na ravninu DCG, a pripadaju ravnini ADE?

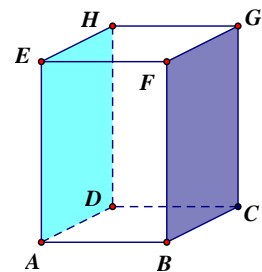
Pravci koji su okomiti na ravninu DCG, a pripadaju ravnini ADE se EH i AD.



Rješenje nastavnog listića 3

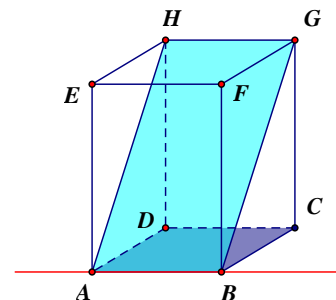
1. Istaknite ravninu određenu vrhovima kvadra usporednu s ravinom ADH.

S ravinom ADH usporedna je ravnina BCG.



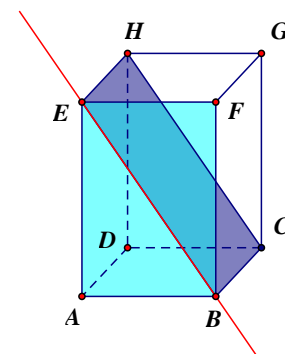
2. Ispišite parove ravnina određene vrhovima kvadra kojima je presječnica pravac AB.

Pravac AB presječnica je ravnina ABC i ABG, ABC i ABF te ABF i ABG. (Na slici je istaknut jedan od navedenih parova ravnina.)



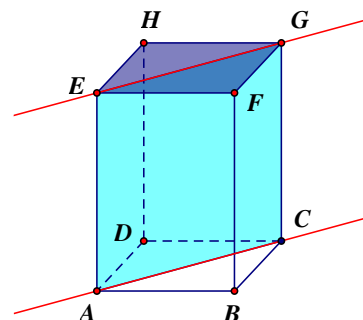
3. Ravnina BCH siječe ravninu ABF po pravcu BE. Obrazložite zašto.

Presječnica ravnina BCH(E) i ABF(E) je pravac BE jer je to jedini pravac koji pripada objema ravninama.



4. Ispišite pravac koji je usporedan s presječnicom ravnina EFG i ACG?

Pravac AC usporedan je s pravcem EG koji je presječnica zadanih ravnina.



5. Koliko je ravnina određenih vrhovima kvadra okomitih na ravninu DCG? Ispišite ih.

Šest je ravnina okomitih na ravninu DCG(H) i to su: ADH, ABC, BCG, EFG, BCH i ADG.

